

BÖLÜM 3

KOPULA TABANLI KURAKLIK ANALİZİ VE KURAKLIK TAHMİNLERİ

Burak UYAR¹

Özet

Kuraklık, salt yağış eksikliğine indirgenemeyecek kadar çok katmanlı; hidrolojik, tarımsal ve sosyo-ekonomik yansımalarıyla yönetimi güç bir doğa olayıdır. İklim değişikliği nedeniyle giderek daha sık ve şiddetli hale gelen bu olayların doğru analizi, su kaynaklarının sürdürülebilir yönetimi için kritik öneme sahiptir. Ancak, geleneksel tek değişkenli yöntemler (SPI gibi) genellikle yağış, sıcaklık ve buharlaşma gibi iklim parametreleri arasındaki karmaşık bağımlılık yapılarını yakalayamamaktadır. Söz konusu gereklilikten hareketle bu çalışmada, değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri ve kuyruk bağımlılıklarını modelleme yeteneği ile öne çıkan “kopula fonksiyonları”na odaklanılmaktadır. Bu bölüm, kopula teorisinin matematiksel temelleri (Sklar Teoremi), marjinal dağılım seçimi, parametre tahmini ve model uyum testi gibi konuları kapsayan, ayrıntılı ve

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Ekonometri Bölümü, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van, Türkiye. E-posta: burak.uyar@yyu.edu.tr, brkuyar@gmail.com | ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3178-4157>



Lisans: Creative Commons Atıf 4.0 Uluslararası (*License: Creative Commons Attribution 4.0 International*) (CC BY 4.0).

Açık Erişim / Open Access.

DOI (kitap): <https://doi.org/10.63127/tuaz.by.220>

Tavsiye Edilen Atıf / Recommended Citation:

Uyar, B. (2025). Kopula Tabanlı Kuraklık Analizi ve Kuraklık Tahminleri. E. Hayat (Ed.), *Nicel Karar Vermede İleri İstatistiksel Yaklaşımlar* içinde (ss. 78-102). Turkuaz Yayınları. <https://doi.org/10.63127/tuaz.by.220.c165>

adım adım bir analiz sunmaktadır. Teorik çerçeveyi doğrulamak için, Standartlaştırılmış Yağış Endeksi (SPI) ve Standartlaştırılmış Yağış Evapotranspirasyon Endeksi (SPEI) temelinde bir vaka çalışması da sunulmaktadır. Sonuç olarak, kopula tabanlı çok değişkenli modellerin, ortak kuraklık olasılıklarını ve tekrar sürelerini belirlerken klasik yöntemlerden daha güvenilir sonuçlar verdiği vurgulanmaktadır. Bu modeller, risk yönetiminde etkili bir karar destek aracı olarak hizmet etmektedir.

Anahtar Kelimeler: Çok Değişkenli İstatistik, Kuraklık Analizi, Kuraklık Riski, Kopula Fonksiyonları.

JEL Kodları: Q54; Q25; C46; C14.

COPULA-BASED DROUGHT ANALYSIS AND DROUGHT PREDICTIONS

Abstract

Drought is a complex natural phenomenon that cannot be reduced to mere rainfall deficiency; it is a challenging event to manage due to its hydrological, agricultural, and socio-economic implications. The accurate analysis of these events, which are becoming increasingly frequent and severe due to climate change, is critical for the sustainable management of water resources. However, traditional single-variable methods (such as SPI) often fail to capture the complex dependency structures between climate parameters such as precipitation, temperature, and evaporation. Based on this requirement, this study focuses on “copula functions,” which stand out for their ability to model nonlinear relationships and tail dependencies between variables. This section provides a detailed, step-by-step analysis covering topics such as the mathematical foundations of copula theory (Sklar Theorem), marginal distribution selection, parameter estimation, and model fit testing. To validate the theoretical framework, a case study based on the Standardized Precipitation Index (SPI) and the Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI) is also presented. In conclusion, it is emphasized that copula-based multivariate models provide more reliable results than classical methods when determining common drought probabilities and recurrence intervals. These models serve as an effective decision support tool in risk management.

Keywords: Multivariate statistics, drought analysis, drought Risk, copula functions.

JEL Codes: Q54; Q25; C46; C14.

1. Giriş

Son yüzyılda dünya nüfusunun hızlı artışı, su kaynakları üzerindeki baskıyı önemli ölçüde artırmıştır. Artan nüfus, sanayileşme ve kentleşme süreçleriyle birlikte su talebinin hızla yükselmesi, pek çok bölgeyi su stresiyle karşı karşıya bırakmıştır. Günümüzde yaklaşık iki milyar insanın yüksek düzeyde su sıkıntısı yaşayan bölgelerde yaşadığı tahmin edilmektedir. İklim değişikliğine bağlı olarak küresel ölçekte sıcaklık artışları, yağış rejimlerinde düzensizlikler ve buharlaşma oranlarındaki artış, kuraklık riskinin daha da büyümesine yol açmaktadır. Özellikle Akdeniz iklim kuşağında yer alan ülkeler, iklimsel değişimlere karşı hassasiyetleri nedeniyle kuraklığın etkilerini daha yoğun şekilde hissetmektedir (Genç & Tatlı, 2020).

Kuraklık, yavaş gelişen ancak uzun vadede ciddi ekolojik ve ekonomik sonuçlar doğuran bir doğa olayıdır. Diğer doğal afetlerden farklı olarak, başlangıç ve bitiş zamanlarının belirlenmesi oldukça güçtür. Çünkü kuraklık kümülatif bir süreçtir; etkileri kısa vadede fark edilmese de aylar veya yıllar içinde ortaya çıkabilir. Kuraklık genellikle meteorolojik kuraklık olarak, yani yağış yetersizliğiyle başlar; ardından su kaynaklarında azalmaya yol açarak hidrolojik kuraklık, tarımsal üretimi etkileyerek tarımsal kuraklık ve nihayetinde toplumların yaşam standartlarını ve ekonomiyi etkileyerek sosyo-ekonomik kuraklık biçiminde kendini gösterir (Heim, 2002).

Kuraklık analizlerinde yağış, sıcaklık ve toprak nemi gibi meteorolojik değişkenler temel girdileri oluştursa da analizin güvenilirliği büyük ölçüde bu değişkenlerin mekânsal ve zamansal karakteristiğinin doğru modellenmesine bağlıdır. (Türkeş vd., 2009). Bununla birlikte kuraklığın yalnızca meteorolojik bir olay olmadığı, aynı zamanda sosyal, ekonomik ve politik boyutlarıyla da ele alınması gerektiği kabul edilmektedir. Bir bölgedeki kuraklık riski, yalnızca doğal koşulların değil; nüfus yoğunluğu, arazi kullanımı, çevresel farkındalık düzeyi ve su yönetimi politikaları gibi sosyo-ekonomik faktörlerin de bir sonucudur (Wilhite, 2007). Dolayısıyla kuraklığın etkileri hem doğal sistemlerin hem de insan faaliyetlerinin karmaşık etkileşimleriyle şekillenir.

Türkiye, yarı kurak ve kurak iklim kuşaklarının kesişim noktasında yer aldığından kuraklıktan en fazla etkilenen ülkelerden biridir. Yağış miktarının yıllar arasında ve bölgeler arasında önemli farklılıklar göstermesi, su

kaynaklarının sürdürülebilir yönetimini güçleştirmektedir. 1970’li yıllardan bu yana özellikle Orta ve Doğu Akdeniz havzasında gözlenen kuraklaşma eğilimi, Türkiye’nin de uzun vadede ciddi su sıkıntılarıyla karşı karşıya kalabileceğine işaret etmektedir (Türkeş vd, 2009). Bu nedenle, kuraklık olaylarının doğru biçimde tanımlanması, izlenmesi ve geleceğe yönelik tahminlerinin yapılması hem akademik hem de toplumsal açıdan büyük önem taşımaktadır.

Literatürde son dönemde gerçekleştirilen çalışmalar incelendiğinde, kuraklık analizlerinde deterministik yöntemlerden ziyade olasılıksal yaklaşımlara doğru belirgin bir eğilim olduğu görülmektedir. Özellikle iklim değişkenleri arasındaki bağımlılık ilişkilerini tanımlamada kopula fonksiyonları (copula functions) önemli bir araç olarak kullanılmaktadır. Kopula temelli modeller, yağış, sıcaklık ve akım gibi değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri esnek biçimde temsil edebilmekte ve bu sayede klasik korelasyon yöntemlerinin yetersiz kaldığı durumlarda daha güvenilir tahminler sağlamaktadır. Bu yaklaşım, kuraklık indeksi analizleri ve kuraklık tahminlerinde giderek daha fazla kullanılmakta, su kaynaklarının yönetimi ve risk değerlendirme çalışmalarında bilimsel bir temel oluşturmaktadır.

2. Kuraklık Türleri ve İndeksleri

Kuraklık, diğer doğal afetlerden farklı olarak ani bir biçimde ortaya çıkmayan, etkilerini zamana yayarak gösteren ve çoğu zaman uzun süreli sonuçlar doğuran bir doğa olayıdır. Temel olarak yağış eksikliğine dayansa da kuraklığın şiddeti, süresi ve etkileri coğrafi konuma, iklim özelliklerine ve insan faaliyetlerine bağlı olarak büyük farklılıklar gösterebilir (Wilhite & Glantz, 1985). Kuraklık genellikle dört ana kategoride incelenmektedir: meteorolojik kuraklık, hidrolojik kuraklık, tarımsal kuraklık ve sosyo-ekonomik kuraklık.

2.1. Meteorolojik Kuraklık

Meteorolojik kuraklık, belirli bir bölge için uzun dönem ortalama yağış miktarının altında yağış gerçekleşmesi durumudur. Bu tür kuraklık, kuraklığın başlangıç aşamasını oluşturur ve diğer kuraklık türlerinin gelişiminde belirleyici rol oynar (Heim, 2002). Meteorolojik kuraklık,

sıklıkla Standart Yağış İndeksi (SPI) gibi iklim temelli göstergelerle izlenir. SPI, belirli bir zaman ölçeğinde yağışların uzun dönem ortalamasına göre standart sapmasını hesaplayarak, kuraklığın şiddetini sınıflandırır (McKee, Doesken, & Kleist, 1993). Bu indeksin en önemli avantajı, farklı iklim bölgelerinde karşılaştırma yapılabilmesine olanak sağlamasıdır.

2.2. Tarımsal Kuraklık

Tarımsal kuraklık, yağış eksikliğinin toprak nemi ve bitki gelişimi üzerindeki olumsuz etkilerini ifade eder. Bitkilerin ihtiyaç duyduğu su miktarı ile mevcut toprak nemi arasındaki fark büyüdükçe, tarımsal üretim düşer ve verim kayıpları yaşanır (Türkeş vd., 2009). Tarımsal kuraklığın belirlenmesinde genellikle Toprak Nem İndeksi (SMI), Normalized Difference Vegetation Index (NDVI) veya Crop Moisture Index (CMI) gibi göstergeler kullanılmaktadır. Bu indeksler, özellikle uzaktan algılama verilerinin yaygınlaşmasıyla birlikte, geniş alanlarda kuraklık takibinde önemli avantajlar sağlamaktadır (Genç & Tatlı, 2020).

2.3. Hidrolojik Kuraklık

Hidrolojik kuraklık, yağış eksikliğinin uzun bir süre boyunca akarsu debilerinde, yeraltı su seviyelerinde veya göl hacimlerinde azalmaya yol açması durumudur (Yevjevich, 1967). Hidrolojik kuraklık, genellikle meteorolojik kuraklıktan daha geç ortaya çıkar; çünkü yeraltı suları ve akış sistemleri yağışlardaki azalmaya gecikmeli tepki verir. Bu tür kuraklığın izlenmesinde Akarsu Akım İndeksi (SDI) veya Standardized Runoff Index (SRI) gibi ölçütler kullanılmaktadır. Hidrolojik kuraklık, su kaynaklarının yönetimi, enerji üretimi ve ekosistem dengesi açısından kritik öneme sahiptir (Türkeş vd., 2009).

2.4. Sosyo-Ekonomik Kuraklık

Sosyo-ekonomik kuraklık, su arzındaki azalma nedeniyle toplumun sosyal, ekonomik veya çevresel faaliyetlerinde meydana gelen aksaklıkları kapsar (Wilhite, 2007). Bu tür kuraklık, genellikle su talebinin artmasıyla eş zamanlı olarak ortaya çıkar. Tarım, enerji, sanayi ve içme suyu sektörlerinde yaşanan üretim kayıpları, fiyat artışları ve ekonomik belirsizlikler sosyo-

ekonomik kuraklığın tipik göstergeleridir. Bu nedenle, kuraklık yalnızca bir meteorolojik problem değil, aynı zamanda sosyal kırılganlık ve adaptasyon kapasitesiyle doğrudan ilişkili bir sürdürülebilirlik sorunudur (Türkeş vd., 2009).

2.5. Kuraklık İndekslerinin Önemi

Kuraklığın tanımlanması, izlenmesi ve sınıflandırılmasında kullanılan indeksler, erken uyarı sistemlerinin ve risk değerlendirme modellerinin temel bileşenidir. SPI, PDSI (Palmer Drought Severity Index), RDI (Reconnaissance Drought Index) ve SPEI (Standardized Precipitation Evapotranspiration Index) gibi farklı indeksler, çeşitli iklim ve hidrolojik koşullara göre uyarlanmıştır (Vicente-Serrano et al., 2010). Son yıllarda, bu indekslerin birlikte kullanımı ve kopula fonksiyonları ile istatistiksel bağımlılıklarının incelenmesi, kuraklığın çok boyutlu analizine olanak tanımaktadır. Böylece yağış, sıcaklık ve akış değişkenleri arasındaki ilişki daha gerçekçi biçimde modellenebilmekte, kuraklık tahminlerinin doğruluğu artmaktadır (Genç & Tatlı, 2020).

3. KOPULA FONKSİYONLARININ TEMELLERİ

İklimsel ve hidrolojik değişkenler arasındaki ilişkiler çoğu zaman doğrusal olmayan, karmaşık yapılar sergiler. Geleneksel korelasyon ölçütleri (örneğin Pearson katsayısı) yalnızca doğrusal bağımlılıkları yakalayabildiğinden, değişkenler arasındaki asimetric veya uç değer ilişkilerini açıklamada yetersiz kalmaktadır (Nelsen, 2006). Bu sınırlılığı aşmak amacıyla, değişkenlerin ortak dağılımlarını daha esnek biçimde modellemeye olanak tanıyan kopula (copula) fonksiyonları geliştirilmiştir. Kopulalar, özellikle meteorolojik ve hidrolojik analizlerde, farklı olasılık dağılımlarına sahip değişkenler arasındaki bağımlılığı tanımlamak için güçlü bir araç haline gelmiştir (Genç & Tatlı, 2020; Salvadori et al., 2007).

3.1. Kopula Fonksiyonunun Tanımı

Kopula fonksiyonları, birden fazla rassal değişkenin marjinal dağılımlarını birbirine bağlayarak ortak dağılım yapısını (joint distribution) modelleyen esnek bir matematiksel çerçeve sunar. Kopulalar, bağımlılık yapısını marjinal dağılımlardan ayrı olarak modelleme avantajı sağlar.

Bu kavram ilk kez Sklar (1959) tarafından formel biçimde tanımlanmıştır. Sklar teoremine göre, eğer $H(x,y)$ iki boyutlu bir ortak dağılım fonksiyonu ve $H(x), G(y)$ sırasıyla X ve Y değişkenlerinin marjinal dağılımları ise, şu ilişki geçerlidir:

$$H(x,y) = C(F(x), G(y)) \quad (1)$$

Burada, $C(u,v), [0,1]^2$ aralığında tanımlı bir kopula fonksiyonudur. Eğer, F ve G sürekli dağılımlar ise bu ifade tektir. Bu teorem sayesinde, herhangi birçok değişkenli dağılım, uygun bir kopula ile marjinal dağılımlar kullanılarak yeniden ifade edilebilir (Nelsen, 2006).

3.2. Kopula Türleri ve Bağımlılık Yapısı

Kopulalar genellikle bağımlılık biçimlerine göre Elliptik Kopulalar ve Aşırı Değer (Archimedean) Kopulalar olarak iki ana gruba ayrılır.

Elliptik Kopulalar arasında en yaygın kullanılanlar Gaussian (Normal) ve Student-t kopulalarıdır. Gaussian kopula, simetrik bağımlılık yapısını temsil ederken, Student-t kopula uç (tail) bağımlılığını da hesaba katar (Demarta & McNeil, 2005). Bu özellik, özellikle aşırı hidrolojik olayların (örneğin şiddetli kuraklık veya taşkın) eş zamanlı gerçekleşme olasılığını değerlendirmede önemlidir.

Archimedean Kopulalar ise daha esnek yapılara sahiptir ve asimetrik bağımlılıkları modellemede sıklıkla tercih edilir. Bu sınıfta yer alan Clayton, Gumbel ve Frank kopulaları, farklı uç bağımlılık türlerini (alt veya üst kuyruk bağımlılıkları) temsil eder. Örneğin, Gumbel kopula aşırı yüksek değerlerdeki (üst kuyruk) bağımlılığı, Clayton kopula ise düşük değerlerdeki (alt kuyruk) bağımlılığı daha iyi yakalar (Joe, 2014). Bu özellik, kuraklık analizlerinde düşük yağış ve yüksek sıcaklık gibi değişkenlerin birlikte ortaya çıkma olasılığını incelemeye önemli avantajlar sağlar.

3.3. Kopula Parametrelerinin Tahmini

Kopula modellerinde temel amaç, bağımlılığın yapısını tanımlayan kopula parametresini (θ) en uygun şekilde tahmin etmektir. Bunun için farklı yöntemler kullanılabilir. En sık başvurulanan yaklaşım, Maksimum Olabilirlik (Maximum Likelihood) tahminidir. Bu yöntemde, gözlemlenen veriler üzerinden kopula yoğunluk fonksiyonuna ait log-olabilirlik fonksiyonu maksimize edilerek en uygun parametre değeri elde edilir (Genest & Favre, 2007). Alternatif olarak Kendall tau veya Spearman rho gibi bağımlılık ölçütlerinden yararlanarak parametre tahmini yapılabilir.

Parametre tahmini sonrası modelin uygunluğu, Cramér-von Mises veya Kolmogorov-Smirnov türü istatistiksel testlerle doğrulanır. Böylece seçilen kopula türünün veriye ne derece uyum sağladığı istatistiksel olarak değerlendirilebilir (Zhang & Singh, 2007).

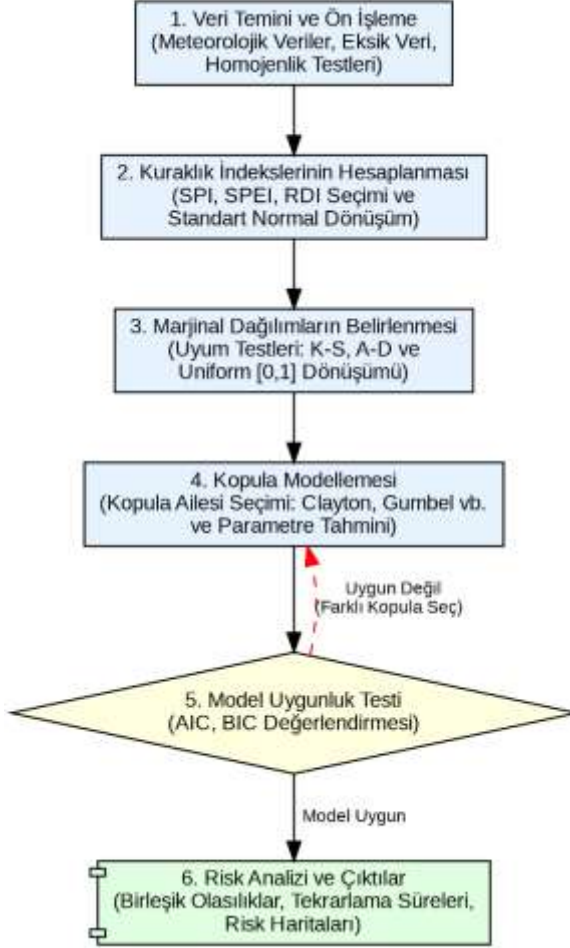
3.4. Kopula Fonksiyonlarının Kuraklık Analizindeki Rolü

Kopula yöntemleri, kuraklık gibi çok boyutlu ve karmaşık olayların analizinde güçlü bir istatistiksel araçtır. Yağış, sıcaklık, buharlaşma ve akım gibi değişkenlerin birbirine bağımlı olduğu hidrolojik sistemlerde kopulalar, bu ilişkilerin yapısını esnek biçimde tanımlayabilir (Serinaldi, 2008). Örneğin, bir bölgedeki düşük yağış ve yüksek sıcaklık değerlerinin aynı dönemde gerçekleşme olasılığı, Gumbel veya Clayton kopulalarıyla modellenabilir. Böylece birleşik kuraklık olasılıkları hesaplanabilir ve kuraklık riski haritaları oluşturulabilir (Genç & Tatlı, 2020).

Ayrıca, kopula tabanlı modeller klasik kuraklık indekslerine (SPI, SPEI, RDI vb.) entegre edilerek daha güvenilir kuraklık tahminleri yapılmasına olanak sağlar. Bu modeller, sadece kuraklığın geçmişteki davranışını anlamakla kalmaz, aynı zamanda gelecekteki olası kuraklık olaylarının istatistiksel olasılığını da belirleyebilir (Ma et al., 2013). Bu nedenle, kopula tabanlı kuraklık modellemesi, iklim değişikliğine uyum stratejileri ve su kaynakları yönetimi açısından giderek daha fazla önem kazanmaktadır.

4. Kopula Tabanlı Kuraklık Analizinin Aşamaları

Kopula tabanlı kuraklık analizi, meteorolojik, hidrolojik veya tarımsal kuraklığın çok boyutlu doğasını dikkate alarak değişkenler arasındaki bağımlılığı modellemeyi amaçlayan sistematik bir yaklaşımdır. Bu yöntem, özellikle klasik tek değişkenli indekslerin (örneğin SPI veya SPEI) yetersiz kaldığı durumlarda daha kapsamlı bir analiz sunar (Genest & Favre, 2007; Serinaldi, 2008). Analiz süreci genel olarak altı temel aşamada ele alınabilir: Veri seçimi ve ön işleme, indeks hesaplama, marjinal dağılım seçimi, kopula modelinin kurulması, modelin değerlendirilmesi ve Risk Analizi ve çıktıları (Bkz. Şekil 1).

Şekil 1. Kopula Tabanlı Kuraklık Analizi Metodolojik Akış Şeması

4.1. Veri Seçimi ve Ön İşleme

Kopula tabanlı analizlerde model başarısını etkileyen en önemli adımlardan biri, çalışmanın özgün dinamiklerine uygun değişken setinin seçilmesidir.

- Meteorolojik kuraklık analizlerinde genellikle yağış (P) ve sıcaklık (T) verileri,
- Tarımsal kuraklık çalışmalarında toprak nemi veya bitki su stresi göstergeleri,

- Hidrolojik kuraklık durumlarında ise akım (Q) veya rezervuar hacmi gibi değişkenler tercih edilir (Mishra & Singh, 2010).

Veri seti, genellikle aylık veya mevsimlik ölçeklerde düzenlenir ve eksik gözlemler istatistiksel yöntemlerle (örneğin doğrusal enterpolasyon veya çoklu imputasyon) tamamlanır. Ayrıca, tüm değişkenler aynı zaman ölçeğine getirilerek karşılaştırılabilir hale getirilir (Ma et al., 2013).

4.2. Kuraklık İndekslerinin Hesaplanması

Kopula modellemesi doğrudan ham verilerle yapılabileceği gibi, genellikle verilerin kuraklık indekslerine dönüştürülmesi tercih edilir. Bu indeksler, farklı iklim parametrelerinin (örneğin yağış ve potansiyel buharlaşma) standartlaştırılmasıyla elde edilir ve kuraklık şiddetini nicel olarak ifade eder.

Yaygın olarak kullanılan indeksler şunlardır:

- SPI (Standardized Precipitation Index) yalnızca yağış verisini kullanır (McKee et al., 1993).
- SPEI (Standardized Precipitation Evapotranspiration Index) hem yağış hem sıcaklık bileşenlerini içerir, enerji dengesine dayalıdır (Vicente-Serrano et al., 2010).
- RDI (Reconnaissance Drought Index) potansiyel buharlaşma ve yağış oranını dikkate alır (Tsakiris & Vangelis, 2005).

Bu indekslerin hesaplanması, verilerin olasılık dağılımlarına uygun biçimde dönüştürülmesini gerektirir. Örneğin, *SPI* için genellikle Gamma dağılımı kullanılır. Böylece her indeks değeri, -2 ile $+2$ arasında değişen bir “kuraklık şiddet skalası” üzerinde yorumlanabilir.

4.3. Marjinal Dağılımların Belirlenmesi

Kopula modellemesinde ilk istatistiksel adım, her bir değişkenin marjinal dağılım fonksiyonunun uygun biçimde tahmin edilmesidir. Marjinal dağılım, değişkenin kendi davranışını tanımlar ve bu dağılımlar bağımsız biçimde modellenir (Nelsen, 2006).

Kuraklık analizlerinde en sık kullanılan marjinal dağılımlar Gamma, Weibull, Log-Normal, Generalized Extreme Value (GEV) dur.

Dağılımın uygunluğu genellikle Kolmogorov–Smirnov (K–S), Anderson–Darling (A–D) veya Chi-square testleriyle değerlendirilir. En düşük hata ölçütü veren dağılım, marjinal model olarak seçilir (Genest & Favre, 2007).

Her değişkenin marjinal dağılımı belirlendikten sonra, bu değerler uniform $[0,1]$ aralığına dönüştürülür. Böylece her değişken, kopula fonksiyonunun giriş değerleri olan U ve V değişkenleri haline gelir.

4.4. Kopula Fonksiyonunun Seçilmesi ve Parametre Tahmini

Bu aşamada değişkenler arasındaki bağımlılığı en iyi temsil edecek kopula türü belirlenir. Seçim hem teorik bağımlılık yapısına hem de veri özelliklerine dayanır.

Örneğin, Clayton kopula, alt kuyruk bağımlılığı (kurak dönemlerde yüksek eşzamanlılık), Gumbel kopula, üst kuyruk bağımlılığı (nemli dönemlerde eşzamanlılık) ve Frank kopula, simetrik bağımlılığında (her iki uçta da dengeli) kullanılır.

Parametre tahmini için Maksimum Olabilirlik (MLE) yöntemi yaygın olarak kullanılır. Ayrıca, bağımlılık katsayılarından (ör. Kendall’s tau) doğrudan parametre dönüşümü yapılabilir. Parametre değeri θ , değişkenler arasındaki bağımlılığın derecesini gösterir; $\theta = 0$ bağımsızlığı, $\theta > 0$ pozitif bağımlılığı ifade eder (Joe, 2014).

4.5. Modelin Uygunluğunun Değerlendirilmesi

Kopula modelinin veriye ne ölçüde uyduğunu değerlendirmek, model güvenilirliği açısından çok önemlidir. Bu değerlendirme iki şekilde yapılır:

Görsel Testler:

- Empirik kopula grafiği ile teorik kopulanın karşılaştırılması,
- QQ (Quantile-Quantile) grafikleri,
- Scatterplot’larda bağımlılık yapısının gözlemlenmesi.

İstatistiksel Testler:

- Cramér–von Mises ve Kolmogorov–Smirnov uyum testleri,

- Akaike Bilgi Kriteri (AIC) veya Bayesian Bilgi Kriteri (BIC) ile model karşılaştırması (Burnham & Anderson, 2002; Zhang & Singh, 2007). En düşük AIC/BIC değerine sahip model, en uygun kopula olarak kabul edilir.

4.6. Birleşik Kuraklık Olasılıklarının Hesaplanması

Kopula modeli kurulduktan sonra, değişkenlerin belirli kuraklık seviyelerinde eşzamanlı olarak gerçekleşme olasılığı hesaplanabilir. Örneğin,

$$P(U < u_0, V < v_0) = C(u_0, v_0) \quad (2)$$

(2) formülü, iki değişkenin belirlenen kuraklık eşiklerinin altında olma olasılığını verir. Bu değerler, birleşik kuraklık riskini ve eş-olasılık eğrilerini (isoprobability curves) elde etmek için kullanılır (Salvadori et al., 2007).

Bu olasılık yüzeyleri, bölgesel kuraklık haritalarına dönüştürülerek mekânsal risk değerlendirmelerinde kullanılabilir. Böylece, kopula temelli yaklaşımlar, kuraklığın sıklığı, şiddeti ve eşzamanlı oluşma olasılığı gibi önemli göstergeleri bütüncül biçimde ortaya koyar (Ma et al., 2013; Genç & Tatlı, 2020).

5. Kopula Yöntemiyle Kuraklık Tahminleri ve Risk Değerlendirmesi

Kopula tabanlı kuraklık modellemesi, yalnızca geçmiş kuraklık olaylarını tanımlamakla kalmaz; aynı zamanda gelecekteki kuraklık risklerinin olasılıksal tahminini yapmak için de güçlü bir araçtır. Bu yöntem, değişkenler arasındaki bağımlılığı modelleyerek birleşik kuraklık olasılıklarını, aşırı olayların eşzamanlı oluşma riskini ve bölgesel kuraklık tehlikesini tahmin etme olanağı sağlar (Ma et al., 2013; Genest & Favre, 2007).

Kuraklık tahminleri, genel olarak Eş-olasılık (joint probability) analizleri ve Koşullu olasılık (conditional probability) analizleri olmak üzere iki temel analitik çerçeve üzerinden yapılır. Bu yaklaşımlar, farklı zaman ölçeklerinde kuraklık tekrarlama sürelerinin ve risk düzeylerinin hesaplanmasında kullanılır.

5.1. Birleşik Olasılıklara Dayalı Tahmin

Kopula tabanlı analizlerin en güçlü yönlerinden biri, birden fazla iklimsel değişkenin eşzamanlı olarak kurak koşullara girmesi olasılığını hesaplayabilmesidir.

Örneğin, yağış (P) ve toprak nemi (SM) gibi iki değişken ele alındığında, kopula fonksiyonu bu iki değişkenin birlikte eşiklerin altında olma olasılığını şu şekilde ifade eder:

$$P(P < p_0, SM < sm_0) = C[F_P(p_0), F_{SM}(sm_0)] \quad (3)$$

(3)'de F_P ve F_{SM} , değişkenlerin marjinal dağılımlarını; $C(.)$ ise aralarındaki bağımlılık yapısını temsil eden kopula fonksiyonunu göstermektedir (Salvadori et al., 2007).

Bu formül sayesinde, belirli bir bölgedeki şiddetli kuraklık olaylarının eşzamanlı gerçekleşme olasılığı hesaplanabilir. Böylece “aynı anda düşük yağış ve düşük nem” gibi senaryoların gerçekleşme riski, klasik tek değişkenli yöntemlere göre çok daha doğru tahmin edilebilir (Serinaldi, 2008).

5.2. Koşullu Olasılıklara Dayalı Tahmin

Kopula modelleri, bir değişkenin belirli bir durumu gerçekleştğinde diğerinin davranışını tahmin etmek için koşullu olasılık yaklaşımını da kullanır. Bu analiz, özellikle hidrolojik kuraklıkların meteorolojik kuraklıkları izlemesi gibi nedensel ilişkilerin incelenmesinde kullanışlıdır.

Örneğin, meteorolojik kuraklık indeksi (SPI) belli bir eşiğin altına düştüğünde, hidrolojik kuraklığın (SRI) yaşanma olasılığı şu şekilde hesaplanabilir:

$$P(SRI < s_0 | SPI < spi_0) = \frac{C[F_{SPI}(spi_0), F_{SRI}(s_0)]}{F_{SPI}(spi_0)} \quad (4)$$

(4) ifadesi, kuraklık türleri arasındaki bağımlılığın yönünü ve şiddetini nicel olarak ölçer. Dolayısıyla, hangi bölgelerde meteorolojik kuraklığın hızlı biçimde hidrolojik kuraklığa dönüştüğü belirlenebilir (Mishra & Singh, 2010; Ma et al., 2013).

Bu tür koşullu analizler, kuraklığın erken uyarı sistemleri için önemli bir temel oluşturur çünkü bir değişkenin düşüşü, diğerinde olası bir tepkimeyi önceden gösterebilir (Genç & Tatlı, 2020).

5.3. Tekrarlama Süresi (Return Period) Analizi

Kuraklık analizlerinde ilgilenilen olay, değişkenlerin belirli bir eşik değerin "altında kalması" durumu olduğundan, birleşik tekrarlama süresi (eş zamanlı kuraklık durumu için) şu şekilde ifade edilir:

$$T_{birleşik} = \frac{\mu}{P(U \leq u_0, V \leq v_0)} = \frac{\mu}{C(u_0, v_0)} \quad (5)$$

Burada μ , veri setinin zaman ölçeğine bağlı katsayıdır (örneğin yıllık analizlerde 1, aylık analizlerde 12/zaman adımı). Formül (5), iki kuraklık göstergesinin aynı anda belirli bir eşik altına düşmesi olayının ortalama tekrarlama periyodunu verir (Salvadori et al., 2007).

Elde edilen T değerleri, bölgesel su yönetimi planlarında, kuraklık sigorta politikalarının belirlenmesinde ve tarımsal risk değerlendirmelerinde doğrudan kullanılabilir.

5.4. Kopula Tabanlı Kuraklık Risk Haritaları

Kopula temelli analizlerin en önemli çıktılarından biri, kuraklık risk yüzeylerinin veya olasılık haritalarının oluşturulabilmesidir. Bölgedeki her istasyon veya piksel için elde edilen birleşik olasılıklar (örneğin $P(SPI < -1, SRI < -1)$) mekânsal olarak enterpole edilerek haritalanabilir. Böylece, bir bölgede yüksek eşzamanlı kuraklık riski taşıyan alanlar görsel olarak belirlenebilir (AghaKouchak, 2015). Bu tür risk haritaları, özellikle iklim değişikliği senaryolarında (ör. CMIP6, RCP8.5) gelecekteki olası kuraklık dağılımının mekânsal olarak modellenmesine katkı sağlar. Son yıllarda, dinamik kopula modelleri ile zaman içinde değişen bağımlılık yapılarının tahmin edilmesi yönünde çalışmalar artmıştır (Renard & Lang, 2007). Bu yaklaşımlar, iklimsel rejim değişikliklerinin kuraklık ilişkilerine etkisini anlamada önemli bir yenilik sunar.

5.5. Kopula Tabanlı Modellerin Güçlü Yönleri ve Sınırlılıkları

Güçlü Yönler:

- Çok boyutlu (multivariate) bağımlılık yapısını doğru biçimde modelleyebilmesi,
- Değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri yakalayabilmesi,
- Farklı iklim bileşenleri (yağış, akış, sıcaklık) arasında ortak risk analizi yapılabilmesi.

Sınırlılıklar:

- Marjinal dağılım seçiminin model sonuçlarına duyarlı olması,
- Parametre tahmini ve model değerlendirmesinde yüksek hesaplama yükü,
- Zaman bağımlılığı (autocorrelation) içeren serilerde uyarlama gerektirmesi (Serinaldi, 2015).
- Klasik kopula modelleri, zaman serisinin istatistiksel özelliklerinin zamanla değişmediğini (durağanlık) varsayar. Ancak iklim değişikliği etkisiyle serilerde trend veya kırılma olması durumunda 'Dinamik Kopula' yaklaşımları tercih edilmelidir."

Bu nedenlerle, kopula modellerinin kuraklık analizinde tek başına değil, zaman serisi analizi, yapay sinir ağları veya Bayes modelleri gibi yöntemlerle bütünleşik biçimde kullanılması önerilmektedir (Hao & AghaKouchak, 2013).

6. Uygulama Örneği: Kopula Tabanlı Çok Boyutlu Kuraklık Risk Analizi

6.1. Giriş ve Problem Tanımı

Bu uygulama bölümünde, teorik altyapısı sunulan kopula metodolojisinin somut bir örneği ele alınmıştır. Çalışma, Türkiye'nin yarı kurak iklim özelliklerini taşıyan bir bölgesinde (temsili olarak Konya Kapalı Havzası), Meteorolojik Kuraklık (Yağış eksikliği) ile Sıcaklık Etkili Kuraklığın (Yağış eksikliği + Yüksek Buharlaşma) eş zamanlı olarak şiddetli düzeyde gerçekleşme riskini hesaplamayı amaçlamaktadır.

Analiz kapsamında kullanılan değişkenler ve kuraklık eşikleri aşağıda tanımlanmıştır:

X: 6 Aylık Standart Yağış İndeksi (SPI_6)

Y: 6 Aylık Standart Yağış Buharlaştırma İndeksi ($SPEI_6$)

Risk Senaryosu: Her iki indeksten de aynı anda "Orta Düzey Kuraklık" veya daha şiddetli bir kuraklık seviyesine düşmesi durumu.

Kuraklık Eşiği: $X \leq -1.0$ ve $Y \leq -1.0$

Bu bölümde sunulan uygulama, kopula metodolojisinin hesaplama adımlarını adım adım göstermek amacıyla kurgulanmış temsili bir vaka analizi (didactic case study) niteliğindedir. Parametre tahminleri ve sonuçlar, yöntemin işleyişini açıklamak adına model veri seti üzerinden sunulmuştur.

6.2. Uygulama Öncesi: Veri Kaynağı ve Hazırlık Aşamaları

Bölüm 4.1 "Veri Seçimi ve Ön İşleme" ve Bölüm 4.2 "Kuraklık İndekslerinin Hesaplanması" aşamaları, analize başlamadan önce titizlikle tamamlanmalıdır. Uygulama aşamasındaki tüm hesaplamalar R istatistiksel yazılım dili ve 'copula' paketi (Hofert et al., 2020) kullanılarak yapılabilir.

6.2.1. Veri Kaynağı ve Gerekli Değişkenler

Uygulama için gerekli olan temel veri seti ve özellikleri Tablo 1'de özetlenmiştir.

Tablo 1. Uygulamada Kullanılan Veri Seti ve Özellikleri

Veri Kaynağı	Ham Veriler	Zaman	Amaç
MGM (Meteoroloji Genel Müdürlüğü) / DSİ (Devlet Su İşleri)	Yağış Miktarı (mm)	Aylık	SPI ve SPEI hesaplamak
MGM	Hava Sıcaklığı (Ortalama °C)	Aylık	PET ve SPEI hesaplamak
Çalışma Periyodu	En az 30 Yıl	Aylık	İndekslerin standart normal dağılıma yakınsaması ve uzun dönem ortalamasının güvenilirliği

Bu çalışmadaki analizler R (v4.x) programlama dili ve copula (Hofert et al., 2020) paketi kullanılarak aşağıdaki temel fonksiyon akışı ile gerçekleştirilmiştir:

pobs(): Verileri pseudo-observations (u,v) formatına dönüştürmek için.

BiCopSelect() (VineCopula paketi): En uygun kopula ailesini (AIC/BIC ile) seçmek için.

fitCopula(): Seçilen ailenin parametrelerini tahmin etmek için.

pCopula(): Birleşik olasılıkları (C(u,v)) hesaplamak için.

6.2.2. Veri Ön İşleme ve İndeks Hesabı

Ham verilerin analize hazır hale getirilmesi sürecinde şu adımlar izlenir:

Potansiyel Evapotranspirasyon (PET) Hesabı: SPEI hesaplaması için öncelikle PET değerlerine ihtiyaç duyulur. Eğer eldeki veri setinde sadece sıcaklık verisi mevcutsa Thornthwaite yöntemi; rüzgâr hızı, nem ve güneşlenme süresi gibi veriler de mevcutsa daha hassas sonuç veren Penman-Monteith yöntemi kullanılır.

Su Dengesi Hesabı: Yağış (P) ve PET arasındaki fark ($D = P - PET$) hesaplanarak su fazlası/eksikliği serisi oluşturulur.

İndekslerin Dönüştürülmesi:

SPI: 6 aylık ham yağış verileri önce Gamma dağılımına uydurulur, ardından kümülatif olasılıklar standart normal dağılıma (Z) dönüştürülür.

SPEI: 6 aylık su dengesi (D) verileri genellikle Log-Lojistik dağılıma uydurulur ve ardından standart normal dağılıma dönüştürülür.

Not: Bu dönüşümler sonucunda elde edilen SPI ve SPEI serileri, tanım gereği artık Standart Normal Dağılıma ($Z \sim N(0,1)$) uymaktadır. Bu nedenle marjinal olasılık hesaplarında doğrudan Z tablosu kullanılır.

Bu işlemler sonucunda, ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan iki zaman serisi (X ve Y) elde edilir. Verilerin güvenilirliği için Mann-Kendall trend testi ve Pettitt homojenlik testlerinin uygulanması, serilerin durağanlığının kontrolü açısından elzemdir. Standart kopula modelleri verilerin bağımsız ve aynı dağılıma sahip (i.i.d.) olduğunu varsayar. Eğer serilerde belirgin bir otokorelasyon veya trend tespit edilirse (Bölüm 5.5'te belirtilen sınırlılıklar gereği), verilerin öncelikle arındırılması (pre-whitening) veya dinamik kopula yaklaşımlarının kullanılması gerekmektedir.

6.3. Kopula Tabanlı Analiz Adımları ve Bulgular

Adım 1: Marjinal Olasılıkların Belirlenmesi

Kuraklık eşiği “orta düzey kuraklık” olarak belirlenir ($Z \leq -1.0$). SPI ve SPEI, standart normal dağılıma sahip olduğundan, bu eşiğin altında kalma olasılığı (marjinal olasılık) doğrudan hesaplanır:

Kuraklık Eşiği: $x_0 = -1.0$ ve $y_0 = -1.0$.

Marjinal Olasılık (u_0, v_0) : Standart normal dağılımda ($Z \sim N(0,1)$) Z'nin -1.0'dan küçük olma olasılığı yaklaşık olarak 0.1587'dir.

$$u_0 = P(X \leq -1.0) = 0.1587$$

$$v_0 = P(Y \leq -1.0) = 0.1587$$

Adım 2: Kopula seçimi ve parametre tahmini

Kuraklık analizlerinde genellikle dağılımın alt kuyruğundaki bağımlılık yapısı önemlidir. Bu çalışmada, metodolojiyi örneklendirmek adına alt kuyruk bağımlılığını modelleme yeteneğiyle bilinen Clayton Kopula ailesi tercih edilmiştir. Gerçek bir veri seti uygulamasında ise; Clayton, Gumbel, Frank gibi farklı aileler test edilmeli ve Bölüm 4.5'te belirtildiği üzere AIC ve BIC değerleri en düşük olan model seçilmelidir.

Parametrik olmayan bir sıra ilişki ölçüsü (rank correlation) olan Kendall's Tau (τ) korelasyon katsayısı kullanılmıştır. Bu örnekte hesaplanan korelasyon $\tau = 0.60$ olarak varsayılmıştır.

Clayton Kopula Parametresi (θ) Hesabı:

$$\theta = \frac{2\tau}{1 - \tau} = \frac{1.20}{0.40} = 3$$

Bulunan kopula parametresi $\theta = 3$. Bu değer, değişkenler arasında güçlü bir pozitif bağımlılık olduğunu gösterir.

Seçilen model: $\theta = 3$ parametrelili Clayton Kopula:

$$C(u, v) = (u^{-3} + v^{-3} - 1)^{-1/3}, \text{dir.}$$

Adım 3: Birleşik Kuraklık Olasılığının Hesaplanması

Meteorolojik ve sıcaklık etkili kuraklığın aynı anda eşik değerinin altına düşme olasılığı ($P_{\text{Birleşik}}$), Clayton kopula formülü ile şu şekilde hesaplanır:

$$P_{\text{Birleşik}} = P(X \leq x_0, Y \leq y_0) = C(u_0, v_0) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$$

değerler yerlerine konulduğunda:

$$P_{\text{Birleşik}} = C(0.1587, 0.1587) = (0.1587^{-3} + 0.1587^{-3} - 1)^{-1/3} \approx 0.1259$$

Yorum: İki değişkenin eş zamanlı olarak kuraklık eşiğini aşma olasılığı yaklaşık %12.59'dur. Eğer X ve Y bağımsız olsaydı $P_{\text{Birleşik}} = u_0 \times v_0$, $P_{\text{Birleşik}} = 0.1587 \times 0.1587 \approx 0.0252$ (veya %2.52) olurdu. Elde edilen %12,59'luk birleşik olasılık değeri, bağımsızlık varsayımı altında hesaplanan %2,52'lik değere kıyasla önemli bir fark ortaya koymaktadır. Aradaki yaklaşık 5 katlık fark, kuraklık türleri arasındaki güçlü bağımlılığın ihmal edilmesi durumunda riskin ne denli hafife alınabileceğini, risk

tahminlerinde dikkate değer bir fark oluştuğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca su kaynakları yönetimi açısından, her iki riskin aynı anda gerçekleşmesi kadar, herhangi birinin gerçekleşmesi durumu da $(P(X \cup Y) = (u + v - C(u, v)))$ önemli bir risk göstergesi olarak hesaplanabilir. Bu olasılık; “yağış olsa bile aşırı sıcaklığın olduğu” veya “sıcaklık normal olsa bile yağışın olmadığı” alternatif risk durumlarını kapsar ve toplam riskin büyüklüğünü ortaya koyar. Kuraklık yönetimi açısından bu olasılık $(P(X \leq x \cup Y \leq y))$, sistemin en az bir kuraklık kaynağı (yağış eksikliği veya sıcaklık artışı) tarafından baskı altına alındığı toplam risk durumunu ifade eder.

Adım 4: Tekrarlanma süresi (Return Period) Analizi

Bu birleşik olayın ortalama kaç yıllık aralıklarla tekrarlandığı hesaplanır.

$$T_{ORT} = \frac{1}{P_{Birleşik}}$$

$$T_{ORT} = \frac{1}{0.1259} \approx 7.94 \text{ yıl}$$

Yorum: SPI ve SPEI’nın aynı anda orta düzey kuraklık eşiğini aşması olayı, bu bölgede ortalama 8 yılda bir (veya yaklaşık her 96 ayda bir) beklenmektedir.

Adım 5: Koşullu Kuraklık Olasılığı

Meteorolojik kuraklığın başlamasının, sıcaklık etkili kuraklığı tetikleme olasılığı hesaplanarak erken uyarı sistemleri için bilgi sağlanır. Erken uyarı sistemleri için önemli olan soru şudur: “Meteorolojik kuraklık başladığında ($X \leq -1.0$), bunun sıcaklık etkili bir kuraklığa ($Y \leq -1.0$) dönüşme ihtimali nedir?”

$$P(Y \leq -1.0) | X \leq -1.0) = ?$$

$$P(Y \leq y_0) | X \leq x_0) = \frac{C(u_0, v_0)}{u_0}$$

$$P(Y \leq y_0) | X \leq x_0) = \frac{0.1259}{0.1587} \approx 0.7933$$

Yorum: Meteorolojik kuraklığın başladığında ($SPI \leq -1.0$), sıcaklık etkili kuraklığın ($SPEI \leq -1.0$) gerçekleşme olasılığı yaklaşık %79.33’tür.

Bu bulgu, karar vericiler için sulama ve su yönetimi planlarının gözden geçirilmesi adına önemli bir erken uyarı göstergesi niteliğindedir.

7. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, kuraklığın çok boyutlu yapısının istatistiksel olarak modellenmesinde kopula temelli yaklaşımların sunduğu olanaklar ele alınmıştır. Kuraklık, yalnızca yağış eksikliğine indirgenemeyen; hidrolojik, tarımsal ve sosyo-ekonomik etkileriyle geniş bir yelpazede değerlendirilen bir süreçtir. Bu bağlamda, klasik tek değişkenli yöntemlerin ötesine geçilerek, yağış, sıcaklık, akış ve buharlaşma gibi iklimsel değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkilerinin doğru biçimde temsil edilmesi büyük önem taşımaktadır.

Kopula fonksiyonları, doğrusal olmayan ilişkileri modelleyebilme, uç değer bağımlılıklarını yakalayabilme ve çok değişkenli risk analizlerine olanak tanıma özellikleriyle, kuraklık analizlerinde güçlü bir alternatif sunmaktadır. Literatürde yapılan uygulamalar, özellikle Gumbel ve Clayton kopulalarının, sırasıyla üst ve alt kuyruk bağımlılıklarını temsil etmede etkili olduğunu göstermektedir. Bu sayede, aşırı kuraklık olaylarının eşzamanlı gerçekleşme olasılıkları daha doğru biçimde tahmin edilebilmekte, birleşik kuraklık olasılığı, tekrarlama süresi ve risk haritaları gibi çıktılar su yönetimi açısından değerli bilgiler sağlamaktadır. Çalışma kapsamında ele alınan temsili uygulama örneği, kuraklık analizlerinde değişkenler arası bağımlılığın ihmal edilmesinin risk tahminlerinde ciddi sapmalara yol açabileceğini somut olarak ortaya koymuştur. Analiz bulgularına göre, meteorolojik ve sıcaklık etkili kuraklığın eş zamanlı gerçekleşme olasılığı, değişkenlerin bağımsız varsayıldığı klasik yaklaşımda %2,52 gibi düşük bir düzeyde tahmin edilirken; bağımlılık yapısını dikkate alan Kopula modelinde bu oran %12,59 olarak hesaplanmıştır. Bu bulgu, klasik yöntemlerin birleşik kuraklık riskini olduğundan çok daha düşük göstererek su yönetimi planlarında güvenlik zafiyeti yaratabileceğine işaret etmektedir. Ayrıca meteorolojik kuraklık başladığında sıcaklık etkili kuraklığın tetiklenme olasılığının %79,33 gibi yüksek bir seviyede tespit edilmesi, kopula tabanlı modellerin erken uyarı sistemleri için kritik bir karar destek aracı olduğunu göstermektedir. Ancak, modelin başarısı büyük ölçüde marjinal dağılım seçimine, parametre tahmin yöntemine ve veri kalitesine bağlıdır. Bu

nedenle, model kurulmadan önce uygun dağılım testlerinin yapılması, farklı kopula türlerinin karşılaştırılması ve en düşük hata ölçütüne sahip modelin seçilmesi gerekmektedir. Ayrıca, kuraklık olaylarının zaman bağımlılığı ve iklim rejim değişiklikleri dikkate alındığında, klasik statik kopula modellerinin yanında dinamik kopula veya zamanla değişen parametrelili yaklaşımların da değerlendirilmesi önerilmektedir.

Geleceğe yönelik olarak, kopula tabanlı kuraklık analizlerinin: Uzaktan algılama verileri (ör. NDVI, toprak nemi sensörleri) ile bütünleştirilmesi, yapay zekâ ve makine öğrenmesi algoritmalarıyla hibrit modellerin geliştirilmesi, CMIP6 veya CORDEX gibi küresel iklim senaryolarıyla ilişkilendirilerek gelecekteki kuraklık risklerinin mekânsal olarak haritalandırılması, su yönetimi politikalarında ve erken uyarı sistemlerinde kullanılabilir karar destek araçlarına dönüştürülmesi, bilimsel ve uygulamalı açıdan önemli katkılar sağlayacaktır. Elde edilen bulgular ışığında bu çalışma; kopula tabanlı modellemenin, özellikle ekstrem iklim olaylarının analizinde, klasik yöntemlere kıyasla, daha hassas sonuçlar ürettiğini ve su kaynakları yönetiminde karar vericilere daha gerçekçi bir perspektif sunan güçlü bir metodolojik alternatif olduğunu ortaya koymaktadır.

Kaynaklar

- AghaKouchak, A. (2015). A multivariate approach for persistence-based drought prediction: Application to the 2010–2011 East Africa drought. *Journal of Hydrology*, 526, 287–296.
- Burnham, K. P., & Anderson, D. R. (2002). *Model selection and multimodel inference: A practical-information-theoretic approach* (2nd ed.). Springer.
- Demarta, S., & McNeil, A. J. (2005). The t copula and related copulas. *International Statistical Review*, 73(1), 111–129.
- Genç, A., & Tatlı, H. (2020). Copula-based drought modeling in different climate regions of Turkey. *Theoretical and Applied Climatology*, 141(3), 1467–1481.
- Genest, C., & Favre, A. C. (2007). Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), 347–368.
- Hao, Z., & AghaKouchak, A. (2013). Multivariate standard drought index: A parametric multi-index model. *Advances in Water Resources*, 57, 12–18.
- Heim, R. R. (2002). A review of twentieth-century drought indices used in the United States. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 83(8), 1149–1165.
- Hofert, M., Kojadinovic, I., Maechler, M., & Yan, J. (2020). *copula: Multivariate dependence with copulas* (R package version 1.0-1) [Computer software]. <https://CRAN.R-project.org/package=copula>
- Joe, H. (2014). *Dependence modeling with copulas*. CRC Press.
- Ma, M., Ren, L., Singh, V. P., & Zhou, X. (2013). Multivariate drought risk assessment using copula theory. *Water Resources Management*, 27(13), 4369–4386.
- McKee, T. B., Doesken, N. J., & Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology* (pp. 179–184).
- Mishra, A. K., & Singh, V. P. (2010). A review of drought concepts. *Journal of Hydrology*, 391(1–2), 202–216.
- Nelsen, R. B. (2006). *An introduction to copulas* (2nd ed.). Springer.
- Renard, B., & Lang, M. (2007). Use of a Gaussian copula for multivariate extreme value analysis: Some case studies in hydrology. *Advances in Water Resources*, 30(4), 897–912.
- Salvadori, G., De Michele, C., Kottegoda, N. T., & Rosso, R. (2007). *Extremes in nature: An approach using copulas*. Springer.

- Serinaldi, F. (2008). Analysis of inter-gauge dependence by Kendall's tau, upper tail dependence coefficient, and 2-copulas with application to rainfall fields. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22(6), 671–688.
- Serinaldi, F. (2015). Dismissing return periods! *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 29(4), 1179–1189.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229–231.
- Tsakiris, G., & Vangelis, H. (2005). Establishing a drought index incorporating evapotranspiration. *European Water*, 9(10), 3–11.
- Türkeş, M., Koç, T., & Sarış, F. (2009). Spatiotemporal variability of precipitation total series over Turkey. *International Journal of Climatology*, 29(15), 2270–2282.
- Vicente-Serrano, S. M., Beguería, S., & López-Moreno, J. I. (2010). A multi-scalar drought index sensitive to global warming: The SPEI. *Journal of Climate*, 23(7), 1696–1718.
- Wilhite, D. A. (2007). Drought management and policy: A systematic approach. In D. A. Wilhite (Ed.), *Drought and water crises: Science, technology, and management issues* (pp. 763–774). CRC Press.
- Wilhite, D. A., & Glantz, M. H. (1985). Understanding the drought phenomenon: The role of definitions. *Water International*, 10(3), 111–120.
- Yevjevich, V. (1967). *An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts* (Hydrology Papers No. 23). Colorado State University.
- Zhang, L., & Singh, V. P. (2007). Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas. *Journal of Hydrology*, 332(1–2), 93–109.